ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ ΓΕΙΤΟΝΑ

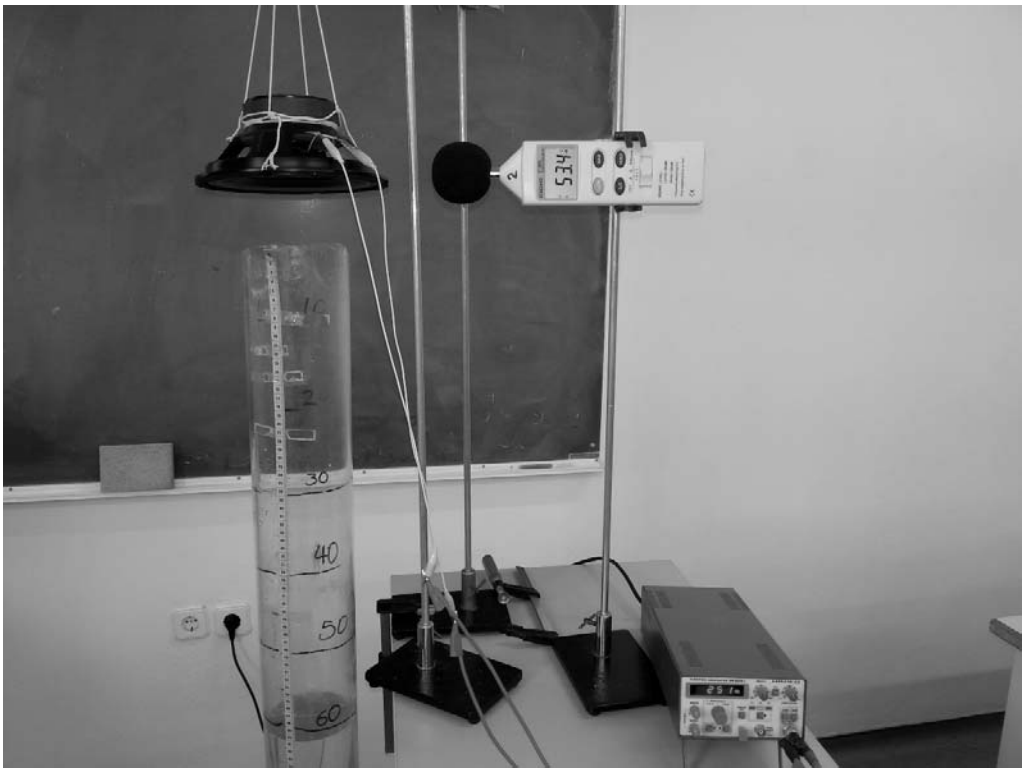
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

& ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ &ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤ/ΝΣΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ:

ΗΧΗΤΙΚΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΚΛΕΙΣΤΟ ΣΤΗ ΜΙΑ ΑΚΡΗ ΣΩΛΗΝΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΣΤΟΝ ΑΕΡΑ



ΒΑΡΗ 2014

Κωνσταντίνος Μπίλιας , Φυσικός

ΗΧΗΤΙΚΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΚΛΕΙΣΤΟ ΣΤΗ ΜΙΑ ΑΚΡΗ ΣΩΛΗΝΑ

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΣΤΟΝ ΑΕΡΑ

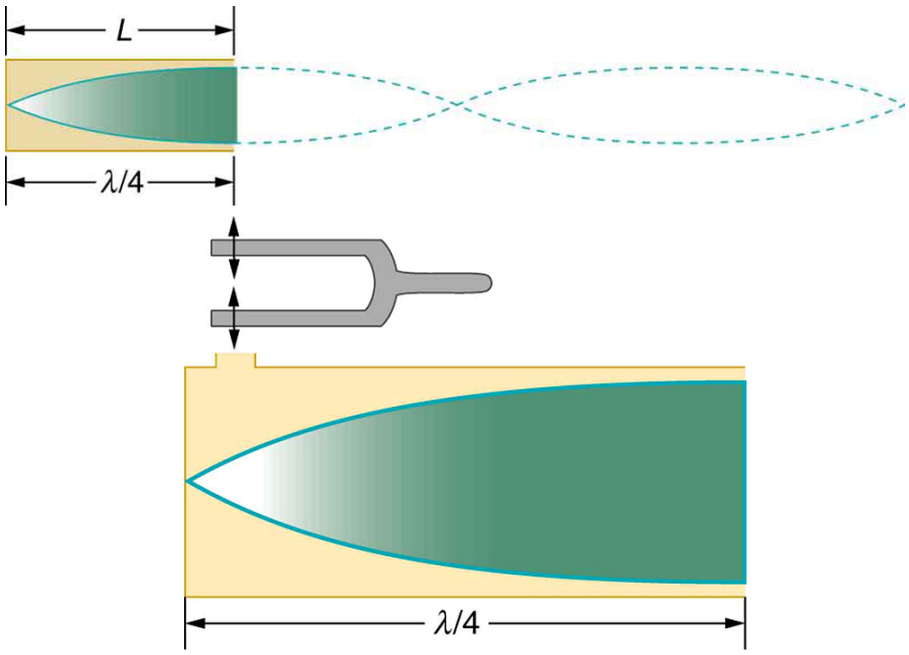
Α. Θεωρητικό υπόβαθρο.

Α1. Στάσιμα κύματα σε κλειστό σωλήνα.

Ηχητικοί σωλήνες ονομάζονται οι σωλήνες κυλινδρικού η πρισματικού σχήματος σταθερής κυκλικής ή και ορθογώνιας διατομής. Στο εσωτερικό τους υπάρχει αέρας τα μόρια του οποίου μπορούν να διεγερθούν σε ταλάντωση ώστε να δημιουργηθούν ακουστά ηχητικά στάσιμα κύματα. Η πηγή που προκαλεί τη διάδοση των κυμάτων στον αέρα του σωλήνα τοποθετείται στο ένα άκρο του (στόμιο του σωλήνα).

Ένας ηχητικός σωλήνας είναι **κλειστός** όταν το άκρο του που είναι απέναντι από το στόμιο είναι κλειστό. Αυτό επιτυγχάνεται πειραματικά με διάφορους τρόπους, όπως για παράδειγμα με τη παρουσία κινητού (ή ακίνητου) εμβόλου μέσα στο σωλήνα ή την παρουσία στήλης νερού αν πρόκειται για κατακόρυφο σωλήνα.

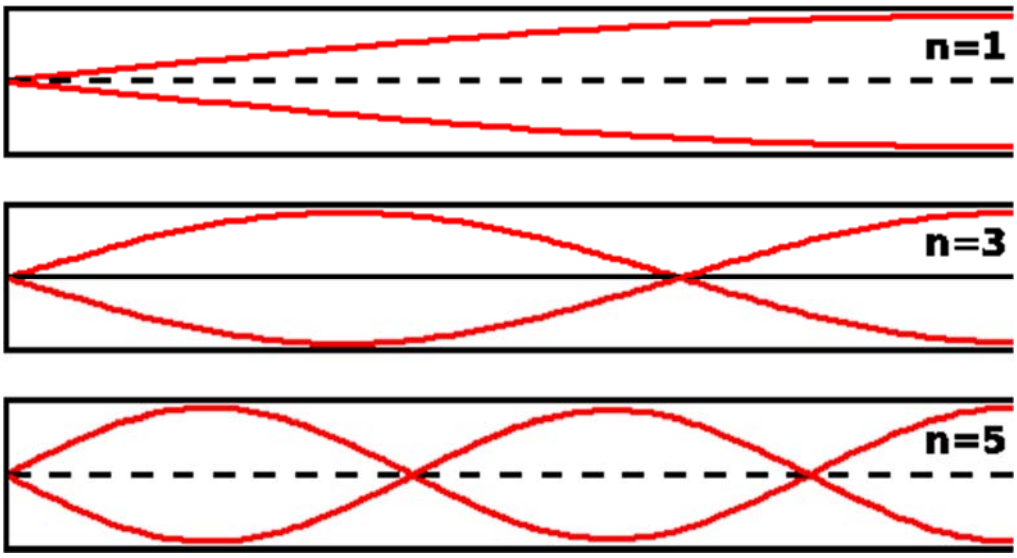
Όταν διεγείρεται ηχητικά η αέρια στήλη εντός του σωλήνα και δημιουργηθούν στάσιμα κύματα στο κλειστό άκρο δημιουργείται δεσμός ενώ στο ανοικτό άκρο κοιλία. (Βλ σχ. 1)



(Σχ. 1)

Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεσμών σε στάσιμο κύμα είναι ίση με μισό μήκος κύματος. Έτσι, αφού μία κοιλία βρίσκεται πάντα ανάμεσα σε δύο δεσμούς, η απόσταση μεταξύ δεσμού – κοιλίας είναι ίση με το ¼ του μήκους κύματος. Παρατηρώντας το Σχήμα (1) συμπεραίνουμε πως ένας δεσμός και μια διαδοχική κοιλία είναι στα δύο άκρα του σωλήνα. Δηλαδή το μήκος της αέριας στήλης είναι ίσο με το ¼ του μήκος κύματος για την πρώτη αρμονική.

Η πρώτη αρμονική είναι η χαμηλότερη συχνότητα στην οποία μπορούμε να έχουμε στάσιμα κύματα. Η επόμενη αρμονική στην οποία υπάρχουν πάλι στάσιμα κύματα είναι η συχνότητα στην οποία έχουν προστεθεί στο στιγμιότυπο ένας δεσμός και μια κοιλία ακόμα (βλ. σχ 2.)



(Σχ. 2)

Γενικεύοντας, για να είναι δυνατή η δημιουργία στασίμων κυμάτων σε κλειστό ηχητικό σωλήνα πρέπει το συνολικό μήκος του L να καλύπτεται από περιττό πολλαπλάσιο του λ/4 δηλαδή:

$L = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$ και αν πρόκειται για την **πρώτη αρμονική** n=0, δηλαδή : $L = \frac{\lambda}{4}$. (1)

Για n=1,2,3,… λαμβάνονται οι υπόλοιπες αρμονικές.

Ακόμη, λ=u/f επομένως ισχύει: $L = \frac{1}{4}\frac{u}{f}$ (2) (u η ταχύτητα του ήχου, f η συχνότητα).

Από τον τύπο (2) είναι προφανές ότι αν είναι γνωστά τα L κα f, μπορεί να υπολογιστεί η ταχύτητα του ήχου u. Αυτό όμως θεωρητικά. Στη πράξη, πειραματικά αποδεικνύεται ότι καθώς τα μόρια του αέρα ταλαντώνονται, οι κοιλίες δεν δημιουργούνται στο στόμιο

του σωλήνα αλλά σε μια μικρή απόσταση e από αυτόν. Η μικρή απόσταση αυτή ονομάζεται διόρθωση μήκους .

Η διόρθωση μήκους εξαρτάται κυρίως από τη διάμετρο του σωλήνα[1]

και για τις μεταβολές συχνότητας του πειράματός μας θα τη θεωρήσουμε σταθερή.

Έτσι το φαινόμενο μήκος του σωλήνα, παίρνοντας υπ' όψιν τη διόρθωση μήκους είναι L+e.

Επομένως η σχέση (2) γίνεται $L+e=\frac{1}{4}\frac{u}{f} \Rightarrow L=\frac{u}{4}\frac{1}{f}-e$ (3)

Κάνοντας τη γραφική παράσταση της (3) με άξονες L και 1/f (ευθεία) και υπολογίζοντας τη κλίση της θα υπολογίσουμε τη ταχύτητα του ήχου στον αέρα, ενώ έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίσουμε και τη διόρθωση μήκους.

Α2. Υπολογισμός ταχύτητας ήχου στον αέρα μέσω Θερμοδυναμικής προσέγγισης.

Αποδεικνύεται ότι για τα ιδανικά αέρια και τον αέρα η ταχύτητα του ήχου δίνεται από τον τύπο :

$$C_{id}=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (4)$$

Όπου : γ το πηλίκο $\frac{C_p}{C_v}$ του αερίου,

R η παγκόσμια σταθερά των αερίων,

T η απόλυτη θερμοκρασία, και

M η γραμμομοριακή μάζα του αερίου.

Θεωρώντας T = Θ + 273,15 η (4) γίνεται:

$$C_{id}=\sqrt{\gamma\frac{R}{M}T}=\sqrt{\gamma\frac{R}{M}(\theta-273{,}15)}=\sqrt{\gamma\frac{R}{M}273{,}15}\sqrt{1+\frac{\theta}{273{,}15}}$$

Βάζοντας για τον ξηρό αέρα:

R= 8,314 J mol^{-1} K^{-1}

M = 0,029 Kg/mol

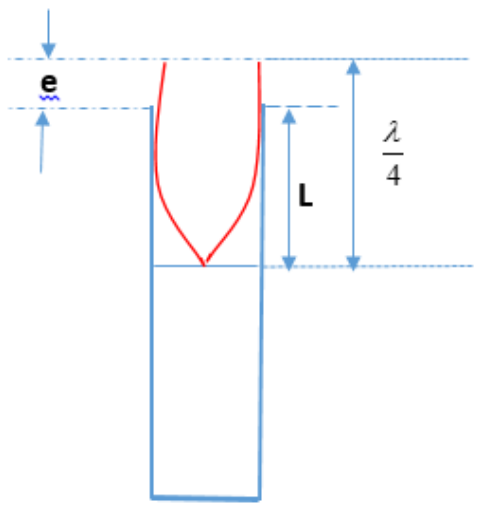
γ= 1.4

παίρνουμε $$C_{id} = 331{,}3\sqrt{1+\frac{\theta^o C}{273{,}15^o C}}\ \text{m/s} \quad (5)$$

Τέλος, αποδεικνύεται πως η διόρθωση μήκους σχετίζεται με τη διάμετρο του σωλήνα με τη σχέση e=a D, όπου e η διόρθωση μήκους και D η διάμετρος του σωλήνα. Έχει βρεθεί πως ο παράγοντας a είναι ίσος με 0,30[1],[2] για λόγους λ/D που κυμαίνονται από 9 έως 30.

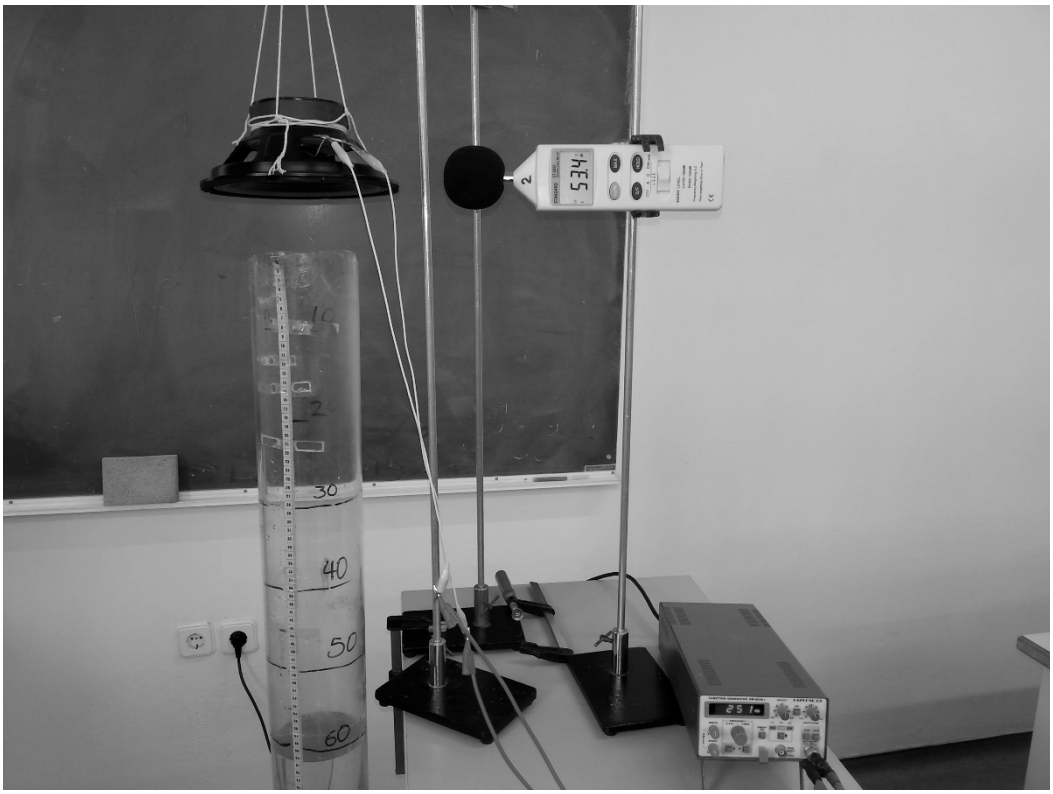
Β. Πειραματικό μέρος.

Β1. Περιγραφή της διάταξης.



Η πειραματική διάταξη για τη μέτρηση της ταχύτητας του ήχου αποτελείται από ένα πλαστικό κατακόρυφο σωλήνα του οποίο το ένα άκρο είναι ανοικτό ενώ το άλλο είναι κλειστό και υδατοστεγές. Στο σωλήνα είναι προσαρμοσμένη μετροταινία για τη μέτρηση του μήκους της στήλης του αέρα που συντονίζεται. Προσθέτοντας νερό στο σωλήνα θα είμαστε σε θέση να μεταβάλουμε ουσιαστικά το φαινόμενο μήκος του άρα και το μήκος της αέριας στήλης.

Στην άκρη (στόμιο) του σωλήνα είναι τοποθετημένο μεγάφωνο συνδεδεμένο με τη γεννήτρια ακουστών συχνοτήτων. Σε μικρή απόσταση από τη διάταξη τοποθετούμε μετρητή ήχου για την ανίχνευση των στασίμων, (βλ. Φωτό (1)).



(Φωτό 1.)

B$_2$. Όργανα και υλικά

1. Γεννήτρια ακουστών συχνοτήτων **.**
2. Ψηφιακός μετρητής έντασης ήχου εύρους 30 – 130 dB.
3. Μεγάφωνο τύπου Woofer.
4. Πλαστικός υδατοστεγής σωλήνας ύψους 1,5m και διαμέτρου 12 cm
5. Βάσεις στήριξης 3x, ράβδοι στήριξης 3x και δαγκάνα στήριξης 1x.
6. Καλώδια μπανάνες 2x και κροκοδειλάκια 2x.
7. Κανάτα με νερό.

B$_3$. Πειραματική διαδικασία

1. Ρίχνουμε νερό στο σωλήνα μέχρι το άδειο μέρος του να έχει μήκος 120 cm. Θέτουμε σε λειτουργία τη γεννήτρια και το μετρητή ήχου.

2. Αυξάνουμε αργά τη συχνότητα μέχρι να πετύχουμε το πρώτο μέγιστο του ήχου το οποίο παρατηρούμε και ακουστικά αλλά και από την ένδειξη του μετρητή ήχου για μεγαλύτερη ακρίβεια.

3. Μετράμε τη συχνότητα f_1 στην οποία παρατηρήθηκε το πρώτο μέγιστο του ήχου και καταγράφεται στον πίνακα Α. *(Η εκτίμηση του σφάλματος στην f_1 γίνεται βρίσκοντας την περιοχή γύρω από την f_1 όπου δεν αλλάζει σημαντικά η ένταση του ήχου – ένδειξη μετρητή ήχου)*

4.

5. καταγράφουμε τις τιμές f_2 και f_3.

6. Υπολογίζουμε τη μέση τιμή : $\overline{f} = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{3}$ και το αντίστοιχο σφάλμα μέσης τιμής και την καταγράφουμε στον πίνακα Α.

7. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 1-5 ρίχνοντας νερό στο σωλήνα και μειώνοντας το μήκος της αέριας στήλης κατά 10 cm κάθε φορά μέχρι τη τιμή των 50 cm. Καταγράφουμε τις μετρήσεις στον πίνακα Α.

8. Συμπληρώνουμε την 8η στήλη του πίνακα με τις τιμές του $1/\overline{f}$ και την 9η με το αντίστοιχο σφάλμα στις τιμές του $1/\overline{f}$. (Το οποίο υπολογίζεται γνωρίζοντας το σχετικό σφάλμα για κάθε τιμή $\overline{f}$).

α/α	**Μήκος L (m)** $\pm ....m$	**Συχνότητα f_1 (Hz)** $\pm ...Hz$	**f_2 (Hz)** $\pm ...Hz$	**f_3 (Hz)** $\pm ...Hz$	$\overline{f}$ **(Hz)**	$\delta(\overline{f})$ **(Hz)**	**$1/\overline{f}$ (Hz^{-1})**	$\delta\left(\frac{1}{\overline{f}}\right)$ **(Hz^{-1})**

9. Κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση του μήκους L σε συνάρτηση με το αντίστροφο της συχνότητας L= f $(1/\overline{f})$ καθώς και την αντίστοιχη πειραματική ευθεία.

10. Υπολογίζοντας γραφικά την κλίση της ευθείας υπολογίζουμε την ταχύτητα του ήχου:

$$\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta\ \kappa = \frac{u}{4} \Rightarrow u = 4\kappa$$

11. Χρησιμοποιούμε τον τύπο (5) για να υπολογίσουμε εναλλακτικά τη τιμή της ταχύτητας του ήχου για τη θερμοκρασία που έγινε το πείραμα και να κάνουμε έτσι έναν έλεγχο των συμπερασμάτων μας και της πειραματικής διαδικασίας.

12. Υπολογίζουμε επί τοις εκατό ποσοστιαία διαφορά των δύο τιμών που βρήκαμε:

$$\sigma\% = \frac{|C_{id} - u|}{C_{id}} 100\%$$

Γ. Ερωτήσεις.

1. Α. Βρίσκονται τα πειραματικά σημεία L – 1/f πάνω σε μια ευθεία, σε ικανοποιητικό βαθμό; ΝΑΙ – ΟΧΙ

Β. Για ποιο λόγο δεν βρίσκονται ακριβώς πάνω σε μια ευθεία;

……
……
……
……
……

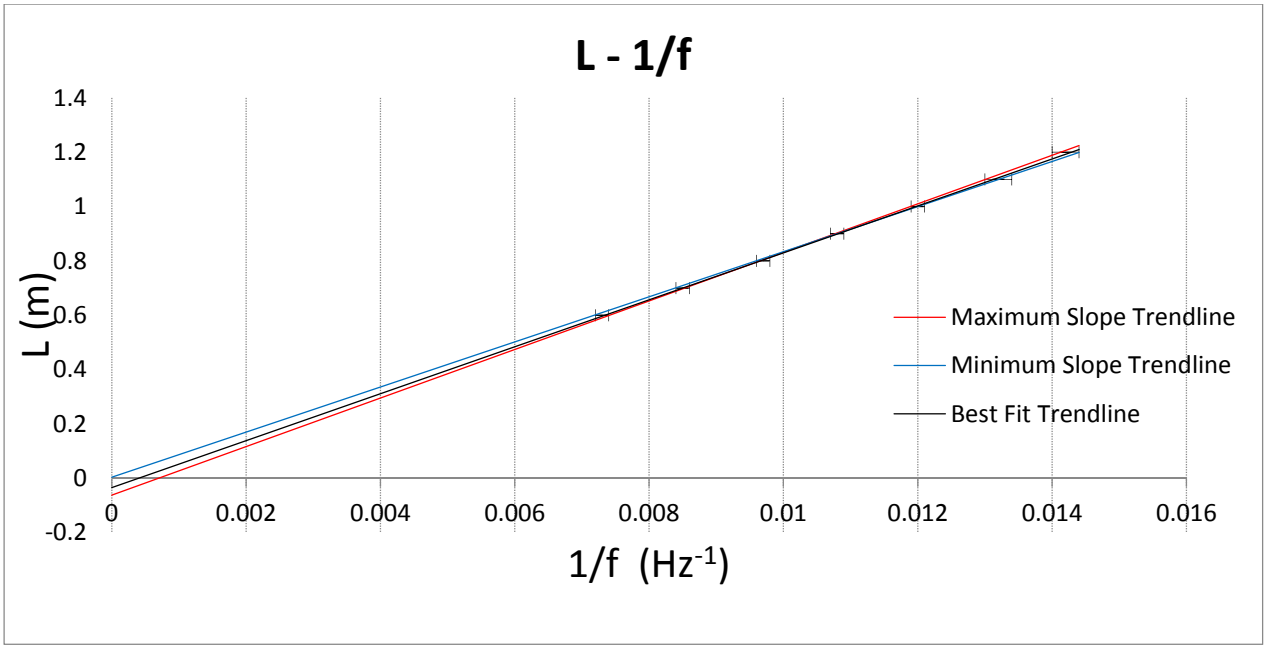
2. Α. Οι δύο τιμές που υπολογίσαμε για την ταχύτητα διαφέρουν κατά την άποψή σας σημαντικά; ΝΑΙ – ΟΧΙ

Β. Που οφείλεται η όποια διαφορά ανάμεσα στις δύο τιμές;

……
……
……
……

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

α/α	Μήκος L (m) $\pm 0{,}001m$	Συχνότητα f_1 (Hz) $\pm 1Hz$	f_2 (Hz) $\pm 1Hz$	f_3 (Hz) $\pm 1Hz$	$\overline{f}$ (Hz)	$\delta(\overline{f})$ (Hz)	$1/\overline{f}$ (Hz^{-1})	$\delta\left(\frac{1}{\overline{f}}\right)$ (Hz^{-1})
1	1,200	70	71	70	70	± 1	0,0142	$\pm 0{,}0002$
2	1,100	75	76	76	75	± 1	0,0132	$\pm 0{,}0002$
3	1,000	83	83	83	83	± 1	0,0119	$\pm 0{,}0001$
4	0,900	92	92	93	92	± 1	0,0108	$\pm 0{,}0001$
5	0,800	103	103	103	103	± 1	0,0096	$\pm 0{,}0001$
6	0,700	117	117	117	117	± 1	0,0085	$\pm 0{,}0001$
7	0,600	136	135	136	136	± 1	0,0073	$\pm 0{,}0001$



Trendline: y = 86,3802559414991x -0,0341407678244977

Max Slope Trendline: y = 89,3333333333333x -0,0620666666666668
Min Slope Trendline: y = 83x + 0,00379999999999974

Από το παραπάνω γράφημα υπολογίζεται η κλίση γραφικά κ = (86,4 +/- 3,2) m/s επομένως η ταχύτητα θα είναι u = 86,4m/s x 4 =(345,6 +/- 12,7)m/s

Χρησιμοποιούμε τον τύπο (5) για να υπολογίσουμε την τιμή της ταχύτητας με θερμοκρασία περιβάλλοντος Θ=27°C

$$C_{id} = 331{,}3\frac{m}{s}\sqrt{1+\frac{27^oC}{273{,}15^oC}} = 347{,}2\ \mathrm{m/s}$$

Η επί τοις εκατό ποσοστιαία απόκλιση των δύο τιμών είναι:

$$\sigma\% = \frac{\left|347{,}2\frac{m}{s} - 345{,}6\frac{m}{s}\right|}{347{,}2\frac{m}{s}}100\% = 0{,}46\%$$

Αν λάβουμε ως πειραματική τιμή ταχύτητας αυτήν που προκύπτει από τα όρια της αβεβαιότητας δηλαδή u = 331,0 m/s η επί τοις εκατό ποσοστιαία απόκλιση της των δύο τιμών γίνεται:

$$\sigma'\% = \frac{\left|347{,}2\frac{m}{s} - 331{,}0\frac{m}{s}\right|}{347{,}2\frac{m}{s}}100\% = 4{,}7\%$$

Από τη γραφική ανάλυση του διαγράμματος προκύπτει πως η διόρθωση μήκους είναι e=0,034m

Μπορούμε να υπολογίσουμε με δεύτερο τρόπο τη διόρθωση μήκους αν γνωρίζουμε τη διάμετρο του σωλήνα. Μετράμε τη περίμετρο η οποία βρίσκεται στα 0,380+/-0,001m (Φωτό 2) και υπολογίζουμε τη διάμετρο:

Π = 3,14 D ή

D = (0,380+/- 0,001) m/3,14 ή

D =(0,1210+/-0,0003) m

(Φωτό 2.)

Για την περιοχή συχνοτήτων του ήχου και τη διάμετρο του σωλήνα (λόγος $\frac{\lambda}{D}$ από 9 έως 30) έχει βρεθεί[1],[2] πως η διόρθωση μήκους είναι e=0,3.

Κατά συνέπεια η τιμή διόρθωσης μήκους θα είναι e= 0.3 x (0,1210+/-0,0003) = (3,630+/-0,009)x10^{-2} m.

Επί της εκατό ποσοστιαία απόκλιση μεταξύ των τιμών από τις δύο μεθόδους :

$$\sigma'' \% = \frac{|0{,}036 - 0{,}034|}{0{,}036} 100\% = 5{,}5\%$$

Αναφορές:

1. Μελιτσιώτης Δ. Εργαστηριακές ασκήσεις Φυσικής Ι, ΤΕΙ Φυσικής Χημείας & Τεχνολογίας Υλικών.
2. Rashad R. & Mazin H. (2013) End correction of a resonant standing wave in open pipes of different diameters. *Journal of National Sciences Research Vol. 3, No. 4.*
3. *pages 21 - 24*
4. [1]Anderson, S. H., and Floyd C. Ostensen. Effect of Frequency on the End Correction of Pipes. Tech. Vol. 31. 1928. Print. Physical Review
5. [2]Boelkes T., and Hoffman I. Pipe Diameter and End Correction of a Resonant Standing Wave. *ISB Journal of Physics, January 2011.*