

Ευρωπαϊκή Ολυμπιάδα Φυσικών Επιστημών 2013-14
Τοπικός διαγωνισμός στη Φυσική
07-12-2013

Σχολείο: _____

Όνόματα των μαθητών της ομάδας:

1) _____

2) _____

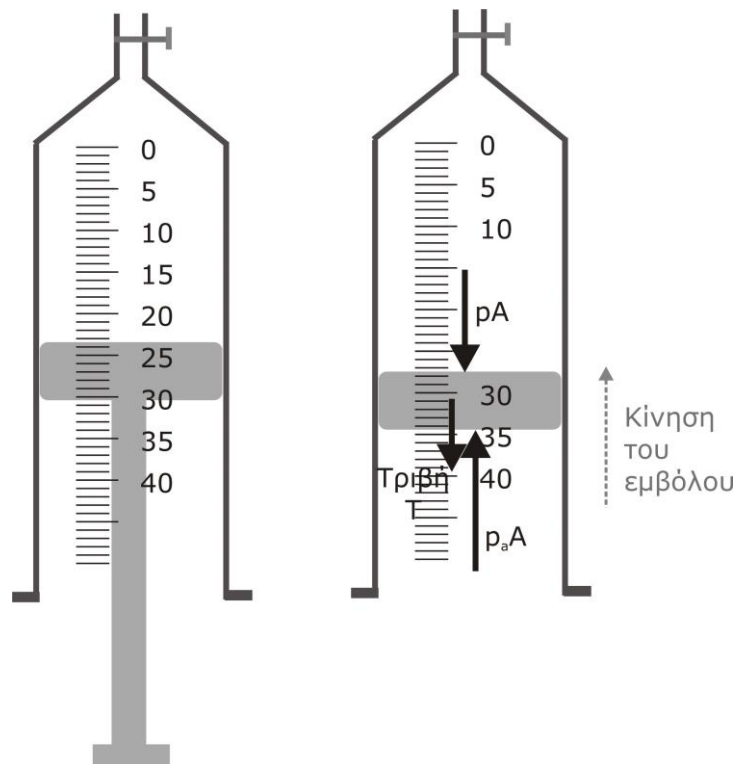
3) _____

Ιδανικά αέρια: ο νόμος του Boyle

Κεντρική ιδέα της άσκησης

Στην άσκηση αυτή μελετάμε πειραματικά τη σχέση όγκου-πίεσης υπό σταθερή θερμοκρασία μιας ορισμένης ποσότητας αέρα που περιέχεται σε κλειστή σύριγγα. Ελέγχουμε κατά πόσον ισχύει ο νόμος του Boyle $p \cdot V = C$ και προβαίνουμε σε πειραματικό υπολογισμό της σταθεράς C .

Περιγραφή της πειραματικής διάταξης - Θεωρητικό πλαίσιο



Σχήμα 1

A) Σε σύριγγα μέγιστου όγκου 60mL εισάγουμε αέρα όγκου $V_a=30\text{mL}$, υπό πίεση και θερμοκρασία περιβάλλοντος ($p_a = 1\text{atm}$, $T_a = 290\text{K}$).

Με τη στρόφιγγα κλείνουμε το ακροφύσιο της σύριγγας. Κρατάμε τη σύριγγα κατακόρυφα (σχήμα 1). Με το χέρι μας, τραβάμε το έμβολο της σύριγγας ώστε ο όγκος

του αέρα στο εσωτερικό της να αυξηθεί κατά 4-5mL και το αφήνουμε ελεύθερο. Παρατηρούμε ότι το έμβολο κινείται αργά προς τα πάνω και ισορροπεί σε μια νέα θέση, όπου ο όγκος του αέρα μέσα στη σύριγγα είναι $V_0 > V_a$.

Πώς εξηγούμε την κίνηση του εμβόλου;

Στο έμβολο ενεργούν τρεις δυνάμεις (**σχήμα 1**):

α) Η δύναμη με κατεύθυνση προς τα κάτω που ασκεί στο έμβολο ο αέρας μέσα στη σύριγγα. Αν η πίεση του αέρα στο εσωτερικό της σύριγγας είναι p_0 και το εμβαδό του εμβόλου A , η δύναμη αυτή έχει μέτρο $p_0 \cdot A$.

β) Η δύναμη με κατεύθυνση προς τα πάνω που ασκεί στο έμβολο ο ατμοσφαιρικός αέρας. Η δύναμη αυτή έχει μέτρο $p_a \cdot A$, όπου p_a η ατμοσφαιρική πίεση.

γ) Η τριβή T που ασκείται μεταξύ του εμβόλου και του εσωτερικού τοιχώματος της σύριγγας.

Όταν το έμβολο ισορροπήσει, οι τρεις δυνάμεις έχουν συνισταμένη ίση με το μηδέν:

$$p_a \cdot A - p_0 \cdot A - T = 0 \quad (1)$$

Από τη σχέση 1 και με εφαρμογή του νόμου του Boyle: $p_a \cdot V_a = p_0 \cdot V_0$ (όπου p_0 η πίεση και V_0 ο όγκος του αέρα μέσα στη σύριγγα στη νέα θέση ισορροπίας του εμβόλου), βρίσκουμε την τριβή T :

$$T = p_a \cdot A \left(1 - \frac{V_a}{V_0} \right) \quad (2)$$

Β) Χωρίς να ανοίξουμε τη στρόφιγγα, αναρτούμε στο έμβολο της σύριγγας σώμα μάζας $m=200g$ (βάρους $W=2N$). Κρατάμε το σύστημα κατακόρυφο. Τραβάμε πάλι το έμβολο προς τα κάτω ώστε ο όγκος του αέρα της σύριγγας να αυξηθεί κατά 4-5mL και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί προς τα πάνω, μέχρι να ισορροπήσει. Έστω V ο όγκος και p η πίεση του αέρα μέσα στη σύριγγα, στην νέα κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

Όπως φαίνεται στο **σχήμα 2** το έμβολο της σύριγγας ισορροπεί κάτω από τη δράση των δυνάμεων:

α) τη δύναμη W που είναι ίση με το βάρος του αναρτημένου σώματος,

β) τη δύναμη μέτρου $p \cdot A$ που ασκεί ο εντός της σύριγγας αέρας στο έμβολό της,

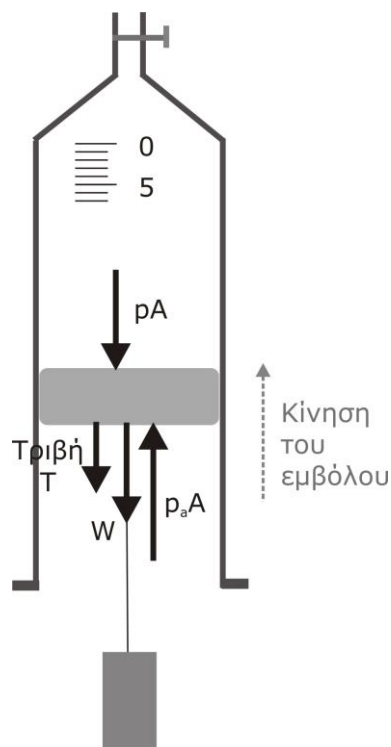
γ) τη δύναμη μέτρου $p_a \cdot A$ που ασκεί ο εξωτερικός αέρας στο έμβολο λόγω της ατμοσφαιρικής πίεσης.

δ) την τριβή T που ασκείται μεταξύ του εμβόλου και του εσωτερικού τοιχώματος της σύριγγας.

Από τη συνθήκη ισορροπίας $\sum \vec{F} = 0$, λαμβάνουμε την εξίσωση:

$$p_a \cdot A - p \cdot A - W - T = 0 \quad (3)$$

από την οποία υπολογίζουμε την πίεση p του αέρα μέσα στη σύριγγα:



Σχήμα 2

$$\boxed{p = p_a - \frac{W + T}{A}} \quad (4)$$

Από τη σχέση 4, μπορούμε να υπολογίζουμε την πίεση p του αέρα μέσα στη σύριγγα, για κάθε τιμή του βάρους W που αναρτούμε στο έμβολό της.

Η ατμοσφαιρική πίεση p_a θα ληφθεί ίση με:

$$p_a = 10^5 Pa = 1 atm$$

όπου το $1Pa$ (Pascal) είναι η μονάδα μέτρησης της πίεσης στο SI: $1Pa = 1 \frac{N}{m^2}$.

Θεωρούμε ότι ο αέρας εντός της σύριγγας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο: στις καταστάσεις ισορροπίας, η πίεση, ο όγκος και η θερμοκρασία του ικανοποιούν την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T_a \quad (5)$$

Με T_a συμβολίζουμε τη θερμοκρασία του αέρα σε βαθμούς Kelvin.

Το n συμβολίζει τον αριθμό των mol του αέρα που περιέχεται στη σύριγγα και R τη σταθερά των ιδανικών αερίων. Η τιμή της R είναι $R = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K} = 0,082 \frac{L \cdot atm}{mol \cdot K}$.

Σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση (σχέση 5), εφόσον η θερμοκρασία του διατηρείται σταθερή, τα γινόμενα $p \cdot V$ έχουν σταθερή τιμή $C = n \cdot R \cdot T_a$. Δηλαδή η πίεση p είναι αντιστρόφως ανάλογη του όγκου V :

$$\boxed{p = C \cdot \frac{1}{V}} \quad (6)$$

Η σχέση 6 μας λέει ότι η πίεση p είναι ανάλογη του $\frac{1}{V}$: η γραφική παράσταση του p σε συνάρτηση με το $\frac{1}{V}$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από το μηδέν. Αυτή η θεωρητική πρόβλεψη εκφράζει το νόμο του Boyle στην περίπτωση της διάταξης που μελετάμε.

Στην πειραματική διαδικασία θα εξετάσουμε κατά πόσον συμφωνούν οι μετρήσεις μας με το νόμο του Boyle. Θα σχεδιάσουμε το πειραματικό γράφημα $p - \frac{1}{V}$ και θα υπολογίσουμε τη σταθερά C .

Πειραματική διαδικασία

Απαιτούμενα όργανα και υλικά

- 1) Σύριγγα των $60mL$ με στρόφιγγα
- 2) Βαρίδια 2, 4, 6, 8N
- 3) Διαστημόμετρο
- 4) Χαρτί μιλιμετρέ
- 5) Χάρακας $30cm$
- 6) Calculator

Εισάγουμε στη σύριγγα αέρα όγκου $V_a=30mL$. Με τη στρόφιγγα κλείνουμε το ακροφύσιο της σύριγγας. Κρατάμε τη σύριγγα κατακόρυφα (σχήμα 1). Με το χέρι μας, τραβάμε το έμβολο της σύριγγας ώστε ο όγκος του αέρα στο εσωτερικό της να αυξηθεί κατά $4-5mL$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Παρατηρούμε ότι το έμβολο κινείται αργά προς

τα πάνω και ισορροπεί σε μια νέα θέση, όπου ο όγκος του αέρα μέσα στη σύριγγα είναι V_0 . **Καταγράφουμε την τιμή του όγκου V_0 στον πίνακα μετρήσεων Α:**

Χωρίς να ανοίξουμε τη στρόφιγγα, αναρτούμε στο έμβολο της σύριγγας σώμα μάζας $m=200g$ (βάρους $W=2N$). Κρατάμε το σύστημα κατακόρυφο. Τραβάμε πάλι το έμβολο προς τα κάτω ώστε ο όγκος του αέρα της σύριγγας να αυξηθεί κατά $4-5mL$ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί προς τα πάνω, μέχρι να ισορροπήσει. **Καταγράφουμε στον πίνακα Α τον όγκο V** που έχει ο αέρας μέσα στη σύριγγα στη νέα κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για βάρη $4, 6$ και $8N$.

Προσέχουμε να μη πέσει κάποιο σώμα που έχουμε αναρτήσει στο έμβολο στο πόδι μας και μας τραυματίσει!

ΠΙΝΑΚΑΣ Α				
$W (N)$	$V (mL)$	$p (atm)$	$pV (mL \cdot atm)$	$1/V (L^{-1})$
0				
2				
4				
6				
8				

Χρησιμοποιούμε την ανοιγμένη σύριγγα, που υπάρχει στον πάγκο και μετράμε τη διάμετρο δ του εμβόλου της σε cm . Στρογγυλοποιούμε το αποτέλεσμα στο 1^ο δεκαδικό ψηφίο.

[**Προσοχή:** Δεν βγάζουμε το έμβολο της σύριγγας που χρησιμοποιήσαμε στην εκτέλεση του πειράματος (**βαθμοί ποινής: 10/100**)]

$$\delta = \text{_____} cm$$

Υπολογίζουμε το εμβαδόν A του εμβόλου σε cm^2 . Στρογγυλοποιούμε στο 1^ο δεκαδικό ψηφίο. [Το εμβαδό κυκλικού δίσκου υπολογίζεται από τη σχέση: $A = \frac{\pi \cdot \delta^2}{4}$]

Εκφράζουμε το εμβαδό A σε m^2 :

$$A = \text{_____} cm^2 = \text{_____} m^2$$

Επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων - Συμπεράσματα

Με τη βοήθεια της **σχέσης 2** και τα πειραματικά δεδομένα μας, υπολογίζουμε την τριβή T που ασκείται στο έμβολο από το τοίχωμα της σύριγγας.

Υπολογισμοί:

$$T = \text{_____} N$$

Συμπλήρωση της τρίτης και τέταρτης στήλης του πίνακα A: Με τη βοήθεια της **σχέσης 4** και τα πειραματικά δεδομένα μας, υπολογίζουμε για κάθε τιμή του βάρους W , την πίεση p του αέρα μέσα στη σύριγγα σε atm . Στρογγυλοποιούμε στο 2^ο δεκαδικό ψηφίο.

Υπόδειξη: Η ατμοσφαιρική πίεση p_a θα ληφθεί ίση με $1atm$. Εφόσον τα μεγέθη W , T και A στη σχέση 4 μετρώνται σε μονάδες S.I., για να προκύψει το αποτέλεσμα σε atm , πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το κλάσμα $\frac{W+T}{A}$ με 10^{-5} ($1\frac{N}{m^2} = 10^{-5}atm$). Δηλαδή η πίεση p υπολογίζεται σε atm από το τύπο:

$$p = p_a - \frac{W+T}{A} \cdot 10^{-5}$$

Υπολογίζουμε τα γινόμενα $p \cdot V$ σε μονάδες $mL \cdot atm$. Στρογγυλοποιούμε στο 1^ο δεκαδικό ψηφίο. Συμπληρώνουμε την τέταρτη στήλη του πίνακα A.

Σχεδιασμός του πειραματικού γραφήματος $p = f\left(\frac{1}{V}\right)$.

Υπολογίζουμε τα αντίστροφα των τιμών του όγκου ($1/V$) που έχουμε καταχωρίσει στη 2^η στήλη του πίνακα A, **σε μονάδες L^{-1}** . Στρογγυλοποιούμε στο 1^ο δεκαδικό ψηφίο. Συμπληρώνουμε την τελευταία στήλη του πίνακα A.

Σε χαρτί μιλιμετρέ σχεδιάζουμε σύστημα ορθογωνίων αξόνων. Επιλέγοντας κατάλληλες κλίμακες, τοποθετούμε στον οριζόντιο άξονα τη μεταβλητή $\frac{1}{V}$ και στον κατακόρυφο την p . Τοποθετούμε τα πειραματικά σημεία $\left(\frac{1}{V}, p\right)$, σύμφωνα με τον πίνακα A. Σχεδιάζουμε την ευθεία που διέρχεται πλησιέστερα στο σύνολο των πειραματικών σημείων.

Υπολογίζουμε την κλίση C της πειραματικής ευθείας.

$$C = \text{_____} L \cdot atm$$

Με δεδομένο ότι στη σύριγγα έχουμε εισάγει αέρα όγκου $V_a = 30mL$, υπό πίεση $p_a = 1atm$, υπολογίστε τη θεωρητική τιμή της σταθεράς C :

$$C_{\text{θεωρ}} = \text{_____} L \cdot atm$$

Σε ποιους από τους παρακάτω λόγους μπορούμε να αποδώσουμε την όποια διαφορά της θεωρητικής από την πειραματική τιμή της σταθεράς C ; [Σημειώνουμε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες απαντήσεις]

- Στις συνθήκες του πειράματος η συμπεριφορά του αέρα αποκλίνει πάρα πολύ από το μοντέλο του ιδανικού αερίου.
- Η διαφορά οφείλεται σε σφάλματα που υπεισέρχονται στις μετρήσεις μας, κατά τη διεξαγωγή της πειραματικής διαδικασίας.
- Οι συνθήκες ισορροπίας δυνάμεων που χρησιμοποιήσαμε, δεν ισχύουν στην περίπτωση του συστήματος της σύριγγας με τον αέρα στο εσωτερικό της.
- Η καταστατική εξίσωση δεν ισχύει στην περίπτωση μίγματος αερίων.
- Ένας σημαντικός παράγοντας της διαφοράς, είναι ότι η τριβή μεταξύ εμβόλου και εσωτερικού τοιχώματος της σύριγγας επηρεάζεται από τις ανωμαλίες και την ανομοιογένεια των επιφανειών που εφάπτονται.

Βαθμολόγηση της Άσκησης

Συμπλήρωση της 2ης στήλης του πίνακα Α	5	
Συμπλήρωση της 3ης στήλης του πίνακα Α	10	
Συμπλήρωση της 4ης στήλης του πίνακα Α	5	
Συμπλήρωση της 5ης στήλης του πίνακα Α	10	
Μέτρηση της διαμέτρου του εμβόλου	5	
Υπολογισμός του εμβαδού του εμβόλου	3	
Υπολογισμός της τριβής Τ	2	
Κλίμακα και μονάδες του άξονα $1/V$ του πειραματικού γραφήματος.	2	
Κλίμακα και μονάδες του άξονα ρ του πειραματικού γραφήματος.	2	
Τοποθέτηση των πειραματικών σημείων στο γράφημα.	10 (2μ ανά σημείο)	
Σχεδιασμός της πειραματικής ευθείας	5	
Υπολογισμός της κλίσης C της ευθείας	8	
Υπολογισμός της θεωρητικής τιμής της σταθεράς C	5	
Απόκλιση του C από τη θεωρητική τιμή 5%-10%-20%	8-6-2-0	
Απάντηση στην ερώτηση πολλαπλής επιλογής	10	
Σύνολο=Μονάδεςx100/90	max=90	